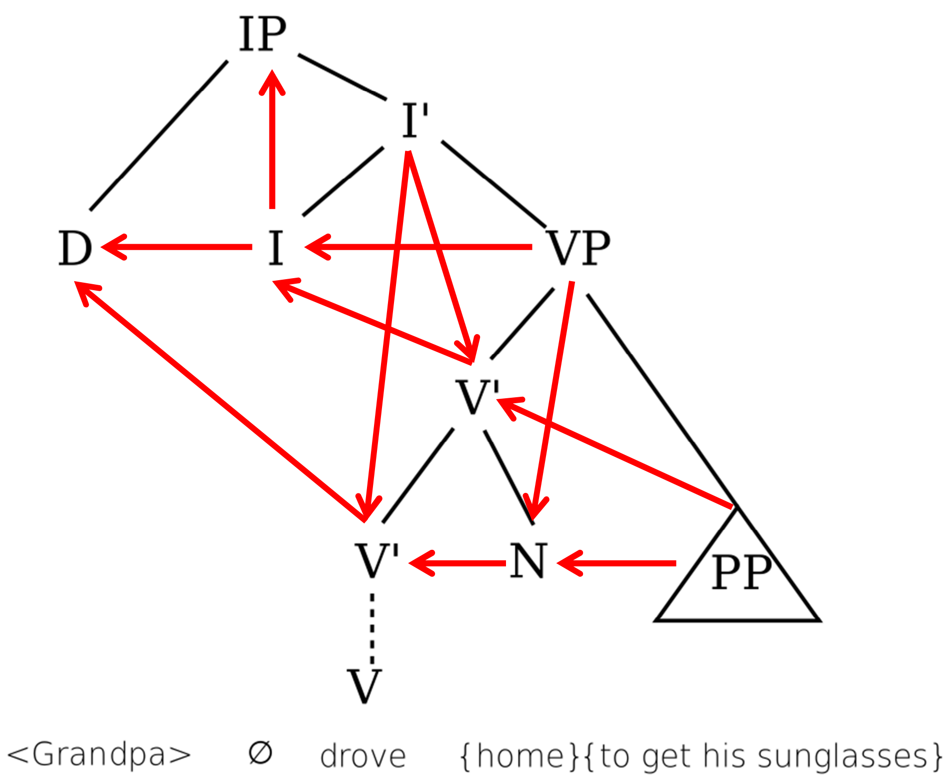
Prof. Dr. Alfred Toth

Die formale Struktur semiotischer Abbildungen

1. Binär-dependentielle metasemiotische Modelle erlauben weder höhere als binäre Relationen, noch erlauben sie Quer- oder Rückwärtsprojektionen.



Diesem hier am Beispiel der generativen Grammatik gezeigten Modell sollte daher bereits in den 60er Jahren ein stratifikationales Modell entgegen gestellt werden, das die erwähnten Restriktionen beseitigt (vgl. Lamb 1966) und das sich insofern bewährt hat, als es, obwohl zunächst als linguistisches Modell intendiert, später erfolgreich auf nicht-linguistische metasemiotische Systeme angewandt wurde (vgl. z.B. Lamb 1984).

2. Im Falle der Theoretischen Semiotik ist es zwar möglich, ein relationales und stratales Netzwerk von Zeichen- und Realitätsthematiken zu konstruieren (vgl. Toth 1993), aber es ist viel sinnvoller, wie dies bereits Bense (1981) beabsichtigt hatte, Zeichen- und Realitätsthematiken von den Primzeichen über die Subzeichen aufzubauen, d.h. von monadischen über dyadische zu triadischen Relationen fortzuschreiten.

2. Die beiden, von Bense definierten semiosischen Haupt-Operationen sind die Selektion ($>$, $<$) und die Koordination ($\mapsto$, $\leftarrow\!\shortmid$) (vgl. Toth 2008), die man wie folgt definieren kann

$(a.b) < (c.d)$ gdw. $(.b) < (d.)$

$(a.b) \leftarrow\!\shortmid (c.d)$ gdw. $(a.) < (c.)$.

Dazu ist es nötigt, die Primzeichen im Hinblick auf die aus ihnen durch kartesische Produktbildung definierten Subzeichen hinblicklich ihres Auftretens als semiosischer Hauptwert und Stellenwert zu definieren:

$T := \{(a.)\}$

$t := \{(.a)\}$.

Wegen

$\times(a.) = (.a)$

(vgl. Bense 1975, S. 35 ff.) haben wir dann einfach

$T = t^{-1}$.

Zur Vereinfachung können wir daher die Selektion und die Koordination durch die zwei abstrakteren Operationen der Extraktion (E) und der Absorption (A) ersetzen, die es uns w.u. erlauben werden, diese auch innerhalb der Präsemiotik einzusetzen.

$(a.b)E(c.d)$ gdw. $a \leqq c$ und $b \leqq d$

Z.B. $(1.2)E(1.3)$, aber $(1.3)\neg E(1.2)$

$(a.b)A(c.d)$ gdw. $a \geqq c$ und $b \geqq d$.

Z.B. $(1.3)A(1.2)$, aber $(1.2)\neg A(1.3)$,

denn wegen $T = t^{-1}$ muß auch $E = A^{-1}$ gelten. Für Primzeichen (P) udn Subzeichen (S) haben wir somit

$P := [.T.]$

$S := ([T.T^{-1}], [T^{-1}.T])$

$P \rightarrow S := [.T.] \rightarrow ([T.T^{-1}], [T^{-1}.T]) = (1, 2, 3) \rightarrow ((1,1), ..., (3,3))$

Das aus $S = ([T.T^{-1}]\ \ [T^{-1}.T])$ und den Operationen A und A^{-1} erzeugbare Modell sieht man wie folgt aus.

$$\begin{tikzcd}
1,1 \arrow[r] \arrow[d] \arrow[dr] & 1,2 \arrow[r] \arrow[d] & 1,3 \arrow[d] \arrow[dl, shift right] \\
2,1 \arrow[r] \arrow[d] & 2,2 \arrow[r] \arrow[d] \arrow[dr] \arrow[ur, shift right] \arrow[dl, shift right] & 2,3 \arrow[d] \\
3,1 \arrow[r] \arrow[ur, shift right] & 3,2 \arrow[r] & 3,3
\end{tikzcd}$$

Man beachte, daß nur die Nebendiagonale nicht-triviale Extraktionen und Absorptionen enthält.

3. Wir definieren nun zwei Suboperationen der Extraktion (bzw. der ihr konversen Absorption)

$\alpha := (.1. \rightarrow .2.)$

$\beta := (.2. \rightarrow .3.)$

und haben somit

3.1. Triadische Absorption

Z.B. $(1,1) \subset (2,1) = [\alpha, id_1]$,

$(2,1) \subset (3,1) = [\beta, id_1]$.

3.2. Trichotomische Absorption

Z.B. $(1,1) \subset (1,2) = [id_1, \alpha]$,

$(1,2) \subset (1,3) = [id_1, \beta]$.

3.3. Triadisch-trichotomische Aborption

Z.B. $(1,1) \subset (2,2) = [\alpha, \alpha]$,

$(2,2) \subset (3,3) = [\beta, \beta]$.

Ferner können wir die beiden Suboperationen mit den Hauptoperationen kombinieren und bekommen dann pro Paar dyadischer Relationen $2^3 = 8$ Typen von Abbildungen.

$$[[a.b], [c.d] \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} [\alpha, \beta] \\ [\alpha°, \beta] \\ [\alpha, \beta°] \\ [\beta, \alpha] \\ [\beta°, \alpha] \\ [\beta, \alpha°] \\ [\alpha°\beta°] \\ [\beta°\alpha°] \end{array} \right.$$

Da es sich hier algebraische Kategorien handelt, dürfte klar geworden sein, daß man mit diesem System von Abbildungen die Subzeichen ersetzen kann, d.h. die letzten materialen Residuen der Semiotik sind nun in Relation aufgegangen. Sei nun $x, y \in ((a.b), (c.d))$, dann bekommen wir mit zusätzlicher Vereinfachung folgende formale Struktur semiotischer Abbildungen

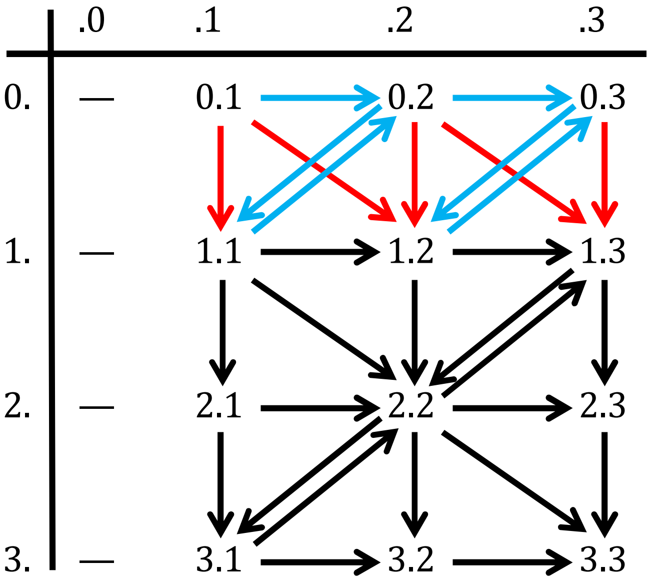
$[[x,y], (x \rightarrow y)]$	$[[x,y], (y^{-1} \rightarrow x)]$
$[[x,y], (x^{-1} \rightarrow y)]$	$[[x,y], (y \rightarrow x^{-1})]$
$[[x,y], (x \rightarrow y^{-1})]$	$[[x,y], (y \rightarrow x)]$
$[[x,y], (x^{-1} \rightarrow y^{-1})]$	$[[x,y], (y^{-1} \rightarrow x^{-1})]$.

Dieses Modell ist nun maximal abstrakt, so daß wir es nicht nur für die Semiotik, sondern auch für die Präsemiotik verwenden können (vgl. Bense

1975, S. 39 ff., 45 ff., 64 ff.; Toth 2014a, b), d.h. wir können statt von der semiotischen Matrix von der folgenden über der Relation

PZR = (M°, (M, O, I))

konstruierten präsemiotisch-semiotischen Matrix ausgehen und unsere Ergebnisse auf sie anwenden.



Diese 4×3- Matrix enthält somit ein undefiniertes Gebiet, das durch Striche für fehlende Einträge markiert ist. Nun sind die Präzeichen nichts anderes als subjektive Objekte, d.h. die "Bilder", die sich ein perzipierendes Subjekt von den absoluten, d.h. objektiven Objekten der Realität macht, denn diese geht bekanntlich nur über die Filter unserer Sinnesempfindungen von der Wahrnehmung zur Erkenntnis über (vgl. Klaus 1973, S. 59 f.). Dagegen sind die Zeichen natürlich objektive Subjekte, d.h. Präzeichen und Zeichen stehen in der Relation

Präzeichen (sO) × (oS) Zeichen,

d.h. es gilt oS = sO, und es bestehen somit folgende Isomorphien

$(T, T^{-1}) \cong (A, A^{-1}) \cong (sO, sO^{-1})$.

Das undefinierte Gebiet in der PZR-Matrix kann man daher durch die drei Abbildungen

f_{01}: $(1.0) \times (0.1) \rightarrow (1,1), (1,2), (1,3))$,

f_{02}: $(2.0) \times (0.2) \rightarrow (2,1), (2,2), (2,3))$,

f_{03}: $(3.0) \times (0.1) \rightarrow (1,1), (1,2), (1,3))$.

definieren.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Klaus, Georg, Semiotik und Erkenntnistgheorie. 4. Aufl. München 1973

Lamb, Sydney M., Outline of Stratificational Grammar. Washington D.C. 1966

Lamb, Sydney M., Semiotics of language and culture: a relational approach. In: Fawcett, Robin P. et al. (Hrsg.), The Semiotics of Culture and Language. Bd. 2. London 1984, S. 71-100

Toth, Alfred, Entwurf einer semiotisch-relationalen Grammatik. Tübingen 1993

Toth, Alfred, Material, Figur und Umgebung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Abbildungen von Präzeichen auf virtuelle und effektive Zeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

11.5.2014